

КОШКАРБАЕВ НУРБОЛ МАХСЕТБАЕВИЧ

СУ ТОЛҚЫНДАРЫН АНАЛИТИКАЛЫҚ ЖӘНЕ САНДЫҚ МОДЕЛДЕУ

«6D070500-Математикалық және компьютерлік моделдеу»
мамандығы бойынша философия докторы (PhD)
дәрежесін алу үшін дайындалған диссертацияға

АҢДАТПА

Зерттеу тақырыбының өзектілігі. Беттік тартылыс толқындарының теориясы гидродинамиканың классикалық салаларының бірі болып саналады. Алайда толқын сынуын моделдеу әлі де күрделі мәселе болып табылады. Толқынның сынуын есептеу үшін 1979 жылғы С. Хибберт және Д. Перегрин жұмысында толқындардың бейсызықты таяз су теңдеулерінің консервативті түрде сандық шешіміне негізделген озық әдіс ұсынды. Бұл әдіс физикалық шынайы нәтижелер бергенімен, К. Синолакистің 1989 жылғы еңбегі оның толқынның жағаға көтерілу фазасында сенімділігі төмен екенін көрсетті. Сонымен қатар, толқынның сынуынан кейінгі энергияның көп мөлшері тарап диссипацияланатынын да ескеру маңызды. Осыған байланысты, 1981 жылғы А. Паквуд және Д. Перегрин жұмысында қарастырылған алгоритмнің кейінгі нұсқаларында толқын амплитудасын дәлірек сипаттау үшін тұтқырлық пен үйкеліс сияқты жасанды диссипациялық мүшелер қосылды. Осындай жасанды мүшелерді енгізудің орнына, осы диссертацияда қарастырылатын модел толқынның сыну құбылысын 2012 жылғы және 2015 жылғы Г. Ричард және С. Гаврилюк еңбектеріне сүйене отырып, физикалық негізі бар жаңа айнымалы – энстрофияны (құйындылық квадраты) енгізу арқылы сипаттайды. Алайда, жоғарыда аталған жұмыстардан айырмашылығы, энстрофияның түзілуі соққы толқынының қалыптасуымен емес, турбуленттік диссипациямен байланысты.

Су толқындарының динамикасын шекарасы жылжымалы ортада сипаттау қазіргі кезде қолданбалы математика, физика және теңіз инженериясы салаларындағы өзекті мәселелердің бірі болып табылады. Жағалау сызығының өзгеруі, гидротехникалық құрылыстардың әсері немесе басқа да табиғи және техногендік факторлар нәтижесінде шекараның орын ауыстыруы толқындардың таралу қасиеттерін күрделендіреді. Шекарасы жылжымалы бар есептер көптеген ғылыми салаларда кездескенімен, олардың маңызы толқындық процестерді моделдеуде ерекше. Бұл салада бейсызық және дисперсиялық эффектілерді сипаттайтын Кортвег-де Фриз және Кавахара теңдеулері іргелі құрал болып табылады. Олар, мысалы, таяз судағы гравитациялық толқындардың (цунами, каналдағы толқындар) таралуын, плазмадағы ионды-дыбыстық толқындарды және бейсызық оптикадағы процестерді моделдеу үшін кеңінен қолданылады. Мұндай зерттеулер теңіз жағалауын қорғау, навигациялық қауіпсіздік пен

энергетикалық құрылғыларды жобалау барысында маңызды практикалық нәтижелерге қол жеткізуге септігін тигізеді. Сондықтан Кавахара және Кордевег-де Фриз теңдеулерін шекарасы жылжымалы ортаға бейімдеп зерттеу – су толқындарының күрделі табиғатын түсінуге, олардың мінез-құлқын болжауға және басқаруға бағытталған өзекті ғылыми бағыттардың бірі.

Қорытындылай келе, бейсызықты толқындық процестерді математикалық моделдеу – қазіргі заманғы математикалық физика мен есептеу ғылымдарының қарқынды дамып келе жатқан іргелі бағыттарының бірі. Таңдалған зерттеу тақырыбының жоғары өзектілігін осы саладағы, әсіресе күрделі математикалық моделдер мен заманауи әдістерге негізделген зерттеулерге деген ғылыми қызығушылықтың артуы дәлелдейді. Мұның айқын көрінісі ретінде Web of Science, Scopus, MathSciNet сияқты жетекші халықаралық дерекқорларда осы тақырыпқа арналған ғылыми жарияланымдар санының тұрақты өсуін атауға болады.

Диссертациялық жұмыстың мақсаты таяз суда толқындардың сыну құбылыстарын моделдеу кезінде жылжымалы толқын түріндегі аналитикалық және сандық шешімдерін зерттеу.

Сонымен қатар шекарасы жылжымалы облыстағы су толқындарының таралу заңдылықтарын талдап, оларды сипаттау үшін қолданылатын Кортевег-де Фриз және Кавахара теңдеулерінің аналитикалық және сандық шешімдерін табу тәсілдерін зерттеу болып табылады.

Диссертациялық жұмыстың мақсатына жету үшін келесі зерттеудің негізгі міндеттері қарастырылған:

- Таяз суда толқындардың сыну құбылыстарын моделдеу кезінде жылжымалы толқын түріндегі аналитикалық және сандық шешімді табу;
- Шекарасы жылжымалы облыстағы Кортевег-де Фриз теңдеуінің сандық шешімін табу;
- Шекарасы жылжымалы облыстағы Кавахара теңдеуінің глобал шешімінің бар болуын зерттеу;
- Шекарасы жылжымалы облыстағы Кавахара теңдеуінің сандық шешімін табу.

Зерттеу объектісі. Теңіз жағалауындағы толқындардың бейсызықты математикалық моделі. Сонымен қатар шекарасы жылжымалы облыстағы Кортевег-де Фриз теңдеуі мен Кавахара теңдеуі.

Зерттеу әдістері. Диссертациялық жұмыстың есептерін шешу кезінде дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер, функционалды талдау және бейсызықты анализ теориясының әртүрлі әдістері қолданылды. Атап айтқанда

Глобал шешімнің бар болуын дәлелдеу үшін:

- Теңдеулерді әлсіз тұжырымдамада жазу;
- Галеркин әдісі;
- Априорлық бағалар алу;
- Жуықтау шешімдерінің әлсіз шектеулі тізбегінің жинақталуы;

- Глобал шешімді барлық уақыт аралығына дейін жалғастыруға болатынын дәлелдеу.

Сандық шешімді зерттеу үшін:

- Галеркин әдісі;
- Ақырлы айырым әдісі;
- Ақырлы элемент әдісі.

Зерттеудің ғылыми жаңалығы. Бұл диссертациялық жұмыста зерттелген теңіз жағалауындағы толқындардың бейсызықты моделі және шекарасы жылжымалы облыстардағы Кордевег-де Фриз және Кавахара теңдеулерінің аналитикалық және сандық шешімдерін зерттеу жаңа мәселелер болып табылады. Қарастырылып отырған мәселелер негізінен зерттелінбеген немесе дербес жағдайлары үшін ғана көрсетілген. Сондықтан, зерттеу жұмысы бұрыннан белгілі нәтижелерді кеңейтуді және жаңа нәтижелерді алуды көздейді.

Зерттеудің тәжірибиелік және теориялық маңызы. Зерттеу тақырыбы негізінен теориялық және іргелі болып табылады, олардың ғылыми маңыздылығы гидродинамика және математикалық физика теориясының терең, заманауи нәтижелерін қолдану және зерттеу мен талдаудың жаңа өзіндік әдістерін құрумен байланысты.

Жарияланымдар. Диссертация тақырыбы бойынша 7 жұмыс, соның ішінде 2 жарияланым Web of Science және Scopus деректер қорлары бойынша импакт-факторы бар шетелдік журналдарда, 3 жарияланым ҚР БҒМ Білім және ғылым саласындағы бақылау комитетімен ұсынылған тізімге кіретін ғылыми басылымдарда, 2 жарияланым халықаралық ғылыми конференция материалдарында жарияланды.

Рейтингтік ғылыми журналдар

1 N. Koshkarbayev. Travelling breaking waves // Bulletin of the South Ural State University. Ser. Mathematical Modelling, Programming & Computer Software, 2023, - Vol. 16, No. 2, - P. 49–58. DOI: 10.14529/mmp230205. Scopus SJR=0.245(Q3), CiteScore=0,9, Scopus Percentile=25.

2 N. Koshkarbayev. Blowing-up solutions of the shallow water equations // Journal of Nonlinear Modeling and Analysis, 2025, - Vol. 7, No. 4, -P. 1523-1531., DOI:10.12150/jnma.2025.1523. Scopus SJR=0.322(Q2), CiteScore=1,5, Scopus Percentile=56.

ҚР БҒМ Білім және ғылым саласындағы бақылау комитетімен ұсынылған тізімге кіретін ғылыми басылымдар

1 N. Koshkarbayev, B. T. Torebek. Nonexistence of travelling wave solution of the Korteweg-de Vries Benjamin Bona Mahony equation // International Journal of Mathematics and Physics, 2019, - Vol. 10, No. 1 – P. 51-55.

2 N. Koshkarbayev, B. T. Torebek. Blowing-up solutions of the shallow water equations // Kazakh Mathematical Journal. - 2019, - Vol. 19, No. 2, pp. 70–77.

3 N. Koshkarbayev, B. T. Torebek. About a singular travelling wave solution of the KDV-BBM equation // Вестник КазНУ. 2019, -Vol 6, pp. 644-649.

Халықаралық конференция материалдары

1 N. Koshkarbayev, B. T. Torebek. On a mathematical model of breaking travelling waves // Всероссийская конференция и школа для молодых ученых, посвященные 100-летию академика Л.В. Овсянникова. "Математические проблемы механики сплошных сред" 13-17 мая, - 2019. - Р. 263.

2 N. Koshkarbayev, Kawahara equation in domains with moving boundaries // Traditional International April scientific conference in honor of the Science Day. Almaty, April 10, - 2025. - Р. 224-225.

Диссертацияның құрылымы мен көлемі. Диссертациялық жұмыс кіріспеден, 3 тараудан, қорытынды және әдебиеттер тізімінен тұрады.

Жұмыстың көлемі - 112 бет. Әдебиеттер саны - 62.

Диссертацияның негізгі мазмұны.

Бірінші тарауда таяз судағы сынған толқындардың моделінің келесі жүйесін қарастырамыз

$$\begin{cases} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial hU}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial hU}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(hU^2 + \frac{gh^2}{2} + h^3\varphi + \frac{h^2\ddot{h}}{3} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{4}{\text{Re}} h^3 \sqrt{\varphi} \frac{\partial U}{\partial x} \right), \\ \frac{\partial h\varphi}{\partial t} + \frac{\partial hU\varphi}{\partial x} = \frac{8h\sqrt{\varphi}}{\text{Re}} \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 - C_r h\varphi^{3/2} \end{cases} \quad (0.1)$$

мұндағы h - судың тереңдігі, U - тереңдіктің орташаланған көлденең жылдамдығы, g - ауырлық тұрақтысы және φ - энтрофия айнымалысы. Жүйе екі параметрге байланысты: Re – Рейнольдс саны және C_r – турбуленттілік диссипация параметрі. (0.1) жүйеде бірінші теңдеу - массаның сақталуы, екіншісі - импульстің сақталуы, ал үшіншісі - энтрофия теңдеуі. Осы жүйенің жылжымалы толқын түріндегі шешімін табу, сол шешімнің бар болуын дәлелдеу және Re_{cr} критикалық мәнін анықтап, оның физикалық-инженерлік салдарын негіздеу зерттеледі.

Екінші тарауда біз классикалық Кортевег-де Фриз теңдеуіне негізделген төмендегі бейсызықты бастапқы-шекаралық есепті қарастырамыз

$$\begin{cases} \mathcal{G}_\tau + \mathcal{G}\mathcal{G}_\xi + \mathcal{G}_{\xi\xi\xi} = 0, & (\xi, \tau) \in Q_\tau, \\ \mathcal{G}(\alpha(\tau), \tau) = \mathcal{G}(\beta(\tau), \tau) = 0, \\ \mathcal{G}_\xi(\beta(\tau), \tau) = 0, & \tau \in [0, T], \\ \mathcal{G}(\xi, 0) = \mathcal{G}_0(\xi), & \xi \in D_0 \end{cases} \quad (0.2)$$

мұндағы $Q_\tau = \{(\xi, \tau) \in R^2 \mid \xi \in D_\tau, \tau \in (0, T), T > 0\}$ шекарасы жылжымалы облыс және шекарасы $D_\tau = \{\xi \in R \mid \alpha(\tau) < \xi < \beta(\tau), \tau > 0\}$. (0.2) жүйесінің шешімінің бар болуын дәлелдеу және оның сандық шешімін табу зерттеледі.

Үшінші тарауда біз классикалық Кавахара теңдеуіне негізделген төмендегі бейсызықты бастапқы-шекаралық есепті қарастырамыз

$$\begin{cases} \mathcal{G}_\tau + \mathcal{G}\mathcal{G}_\xi + \mathcal{G}_{\xi\xi\xi} - \mathcal{G}_{\xi\xi\xi\xi\xi} = 0, & (\xi, \tau) \in Q_\tau, \\ \mathcal{G}(\alpha(\tau), \tau) = \phi_1, \mathcal{G}(\beta(\tau), \tau) = \phi_2, \\ \mathcal{G}_\xi(\alpha(\tau), \tau) = \phi_3, \mathcal{G}_\xi(\beta(\tau), \tau) = \phi_4, \\ \mathcal{G}_{\xi\xi}(\beta(\tau), \tau) = \phi_5, & \tau \in [0, T], \\ \mathcal{G}(\xi, 0) = \mathcal{G}_0(\xi), & \xi \in D_0. \end{cases} \quad (0.3)$$

(0.3) жүйесінің шешімінің бар болуын дәлелдеу және (0.3) жүйесінің біртекті шекаралық шарттармен берілген есептің сандық шешімін табу зерттеледі.